

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА МОЛЕКУЛЯРНЫХ ПРОЦЕССОВ И ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ
ВЕЩЕСТВА

Универсиада «Ломоносов»

**«Повышение точности измерений теневым фоновым методом за счет использования
анализа полос»**

Выполнил студент
404 группы:
Дьячков Григорий Владимирович

Научный руководитель:
старший научный сотрудник, к.ф.-м.н.
Винниченко Николай Аркадьевич

Москва

2020

Содержание

1 Введение	3
2 Описание метода	4
3 Тесты с помощью синтетических изображений	6
4 Результаты тестов.....	7
5 Основные результаты и выводы	9
6 Литература	10

1 Введение

Развитие цифровых методов обработки данных расширило возможности оптических методов и сделало их более удобными для экспериментального применения, а также увеличило качество и количество получаемых данных. Хорошим примером этого служит теневой фоновый метод (ТФМ), идея которого основана на сравнении снимков фонового экрана, сделанных через однородную среду и исследуемое течение с вариациями показателя преломления^[1]. Изменение показателя преломления при этом связано с температурой, плотностью среды и концентрацией примесей. Рефракционные смещения в исследуемом объекте определяются путём сравнения опорного снимка фона, сделанного через среду с постоянным показателем преломления, и снимка этого же фона, сделанного через сам объект. Обработка снимка, как правило, происходит с помощью кросс-корреляционного алгоритма, унаследованного из PIV (Particle Image Velocimetry, цифровая трассерная визуализация). В качестве фона может выступать любое изображение^[2]. Так, для кросс-корреляционного метода обработки используются фоны из хаотически расположенных пятен, однако, как и в PIV, метод не позволяет получить достоверные значения смещений в зонах, где одновременно велики и смещения, и градиенты смещений^[3]. Поэтому было предложено использовать альтернативные типы фонов, состоящие из горизонтальных и вертикальных полос, повторяющихся с заданным периодом, и метод определения смещения на основе преобразования Фурье, который был заимствован из интерферометрии^[4]. Поле смещений в данном случае связано с разностью фаз полос в двух изображениях. Целью данной работы является сравнение точности и пространственного разрешения, достижимых с помощью традиционного кросс-корреляционного ТФМ и Фурье метода, использующего двумерный периодический фон с синусоидальными изменениями яркости вдоль двух осей. Будет произведён поиск оптимальных параметров фона, исследование возможных ограничений фонов и самого метода.

2 Описание метода

Фоном служит изображение, яркость которого синусоидально зависит от пространственных координат. Распределение яркости фона (Рис. 1) может быть представлено следующим образом

$$I_1(x, y) = a_0(x, y) + b_0(x, y)(\cos(2\pi f_{0x}x) + \cos(2\pi f_{0y}y)) \quad (1)$$

Где a , b — коэффициенты, характеризующие среднюю яркость и контраст изображения, могут зависеть от координат из-за неравномерной освещенности и оптических aberrаций объектива камеры. f_{x0} , f_{y0} частоты фона по соответствующим осям.

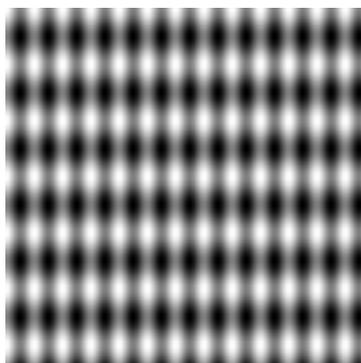


Рис. 1. Пример фонового изображения

Далее определяется яркость снимка, сделанного через исследуемый объект. Так как в неоднородной среде лучи преломляются, происходит смещение элементов фона, тогда яркость этого изображения в общем виде можно представить как

$$\begin{aligned} I_2(x, y) &= a(x, y) + b(x, y)(\cos(2\pi f_{0x}(x + \xi_x(x, y))) + \cos(2\pi f_{0y}(y + \xi_y(x, y)))) = \\ &= a(x, y) + b(x, y)(\cos(2\pi f_{0x}x + \Delta\varphi_x(x, y)) + \cos(2\pi f_{0y}y + \Delta\varphi_y(x, y))) \end{aligned} \quad (2)$$

Где $\vec{\xi} = (\xi_x, \xi_y)$ — векторное поле смещения, а $\Delta\varphi_x, \Delta\varphi_y$ — изменение фаз вертикальных и горизонтальных полос. Зная f_{x0}, f_{y0} можно определить поле смещения, найдя поле изменения фаз.

Затем вычисляется двумерное преобразование Фурье от распределения яркости для опорного и рабочего снимка.

$$G_{uw} = \frac{1}{NM} \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=1}^{M-1} I_{mn} e^{-2\pi j \left[\frac{mnx}{M} + \frac{mny}{N} \right]} \quad (3)$$

Для идеального бесконечного опорного снимка преобразование Фурье бы дало образ, состоящий из четырёх дельта-функций с координатами в точках $(-f_{x0}, 0)$, $(f_{0x}, 0)$, $(0, -f_{0y})$, $(0, f_{0y})$. В опорном случае (1) образ состоит из пика вблизи нулевой частоты, связанного с медленными изменениями яркости и контраста $a(x,y)$, $b(x,y)$ и двух пар симметрично расположенных пиков вблизи f_{0x} , f_{0y} (Рис. 2а). В рабочем снимке (2) исходное высокочастотное изменение яркости промодулировано полем смещения, поэтому в преобразовании Фурье (Рис. 2б) пики расширились вдоль координатных осей. Причем расширение тем больше, чем градиент смещения вдоль данной координатной оси.

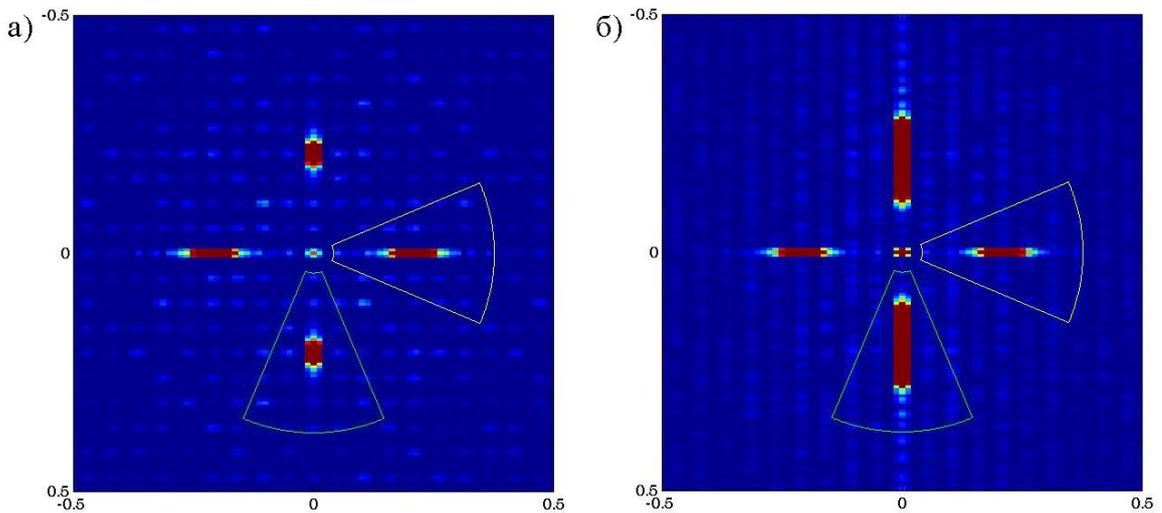


Рис. 2. Двумерные преобразования Фурье от а) опорного (1), б) рабочего (2) изображения. Задано поле смещения с большим градиентом вдоль вертикальной оси.

Преобразование Фурье от опорного снимка выражается формулой

$$F(I_1) = A_1(f_x, f_y) + B_1(f_x - f_{0x}, f_y) + B_1^*(-f_x - f_{0x}, f_y) + C_1(f_x, f_y - f_{0y}) + C_1^*(f_x, -f_y - f_{0y}) \quad (4)$$

Первый член соответствует нулевой гармонике, второй и третий — симметричным пикам вдоль горизонтальной оси, которые представляют вертикальные полосы, четвертое и пятое — симметричным пикам вдоль вертикальной оси, которые несут информацию о горизонтальных полосах. С помощью Фурье-фильтров, показанных на Рис. 2, производится выделение пиков, значение Фурье-образа вне пика предполагается равным нулю и вычисляется обратное преобразование Фурье.

$$F^{-1}(B_1(f_x - f_0, f_y)) = g_{0x} = \frac{1}{2} b e^{i2\pi f_0 x} \quad (5)$$

Аналогично для рабочего снимка

$$F^{-1}(B_2(f_x - f_0, f_y)) = g_x = \frac{1}{2} b e^{i2\pi f_0(x + \xi_x)} \quad (6)$$

Затем можно найти изменение фазы (неразвернутое, то есть в пределах от 0 до 2π) полос по обеим осям, откуда получить поле смещений $\vec{\xi} = (\xi_x, \xi_y)$

$$\Delta\varphi_x = 2\pi f_{0x} \xi_x = \text{Im}(\ln(g_x g_{0x}^*)) \quad (7)$$

Аналогично

$$\Delta\varphi_y = 2\pi f_{0y} \xi_y = \text{Im}(\ln(g_y g_{0y}^*)) \quad (8)$$

Из поля смещений определяется поле показателей преломления или поле температур

3 Тесты с помощью синтетических изображений

В работе были использованы два типа синтетических фонов: фон с синусоидально повторяющимися полосами для проверки Фурье метода и фон, содержащий хаотически расположенные пятна, для сравнения с ним кросс-корреляционного метода (Рис. 3)

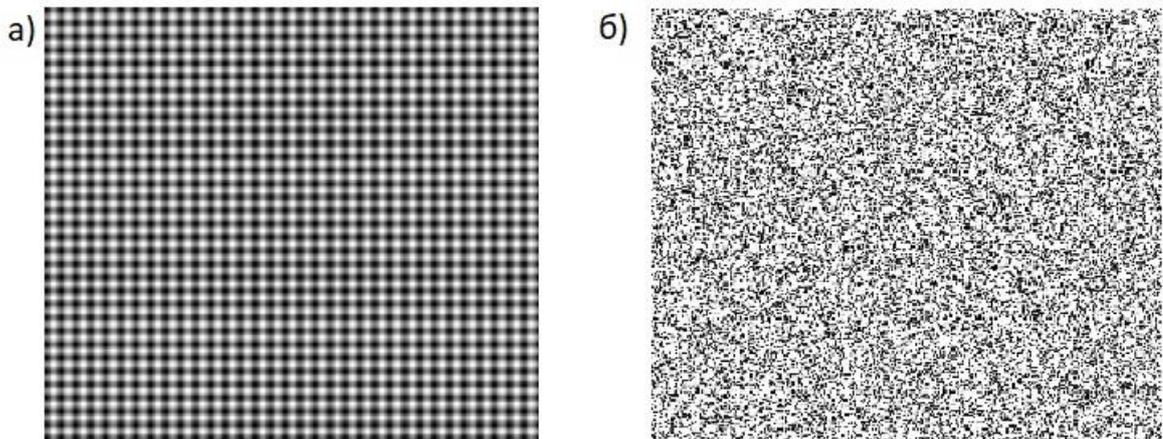


Рис. 3. Синтетическое изображение а) Фурье-фона с периодом полос 30 пикс. и б) хаотического фона с размером частиц 3 пикс. и плотностью засева $p=0.3$.

Выбор синтетических изображений позволяет нам заранее знать величину смещений, которые мы создадим, соответственно мы знаем точное решение заранее и можем определить точность произведенных нами

измерений. Оба типа изображений имеют размер 1024x1024 пикселей. Для Фурье-фонов может варьироваться период полос, а для хаотических – размер пятен и плотность p засева фона. В работе будут проведены тесты для Фурье-фонов с периодами полос $\lambda=10, 20, 30$ пикс. Для хаотических фонов предполагается, что хорошее значение точности достигается при размере пятен 3x3 пикс. и плотности засева $p=0.3$ ^[5]. Фон с такими параметрами и будет использоваться при тестировании.

Для каждого из фонов создаются рабочие изображения с постоянным и синусоидальным профилями смещения вдоль горизонтальной оси. Изображения с постоянным смещением позволяют оценить точность алгоритма, изображения с синусоидальным профилем смещения – пространственное разрешение. Величина постоянного смещения пробегает значения в диапазоне от 0 до 3 пикс. Для синусоидальных смещений длина волны изменяется от 10 до 100 пикс, амплитуда $A=2$ пикс.

Далее, при обработке берётся только центральная часть изображения, чтобы избежать роста ошибки, вызванного ограничениями обоих алгоритмов на краях изображения. Полную погрешность будем считать по формуле:

$$\delta_{\xi} = \sqrt{\langle (\xi_x - u)^2 \rangle} \quad (9)$$

Где ξ_x величина смещения, определённая обработчиком. u — заданное значение смещения.

4 Результаты тестов

Было изучено поведение полной погрешности смещения для изображений с постоянными полями смещений. Для хаотического фона был использован трёхпроходный кросс-корреляционный алгоритм^[6]. Получено, что при таких параметрах Фурье-обработка имеет погрешность определения смещения до 4 раз ниже в случае с фоном, период полос которого 10 пикс, по сравнению с кросс-корреляционной обработкой (Рис. 4, λ — период полос фона).

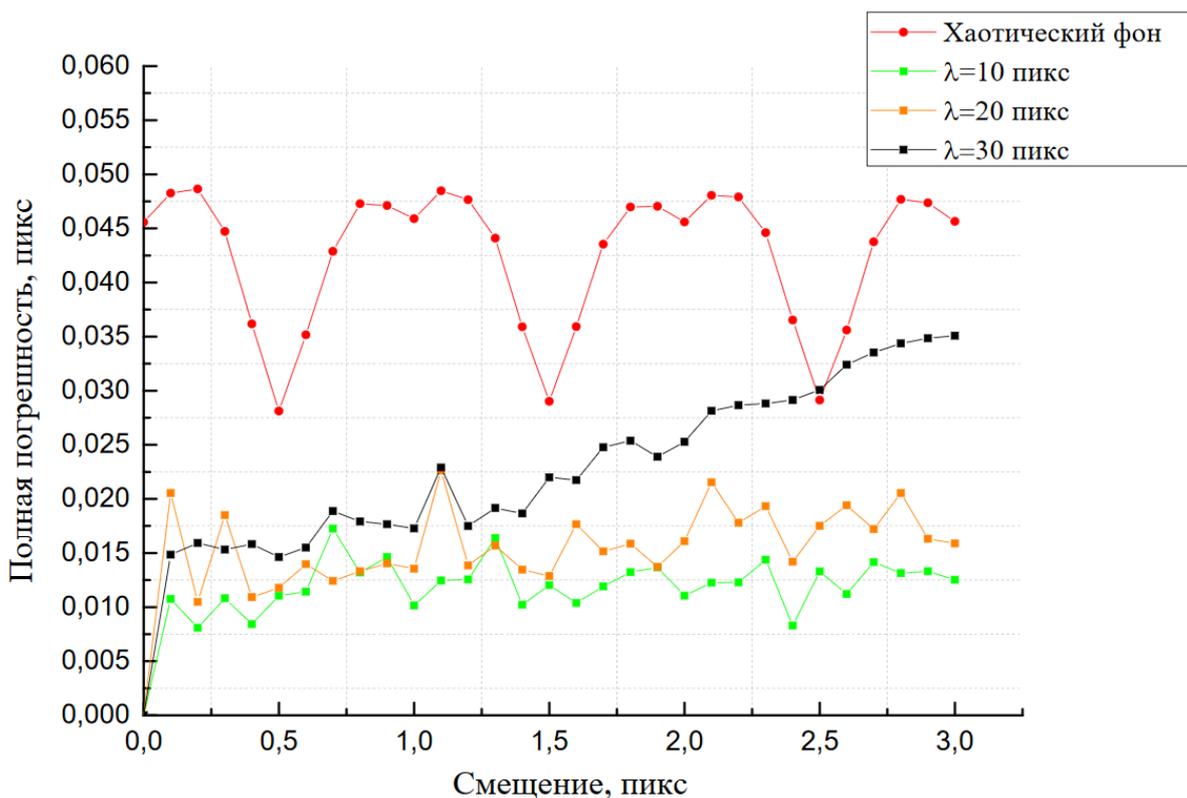


Рис. 4. График зависимости полной погрешности от величины постоянного смещения для хаотического и Фурье-фонов с различным периодом полос

Основным преимуществом Фурье-фонов, как показывают результаты тестов для синусоидального профиля смещения (Рис. 5), является гораздо меньшая погрешность в области коротковолновых возмущений, т.е. лучшее пространственное разрешение. Для кросс-корреляционного метода относительная погрешность плавно растёт и составляет 50% при λ_d около 22 пикс (λ_d — период поля смещения). Для Фурье-фонов погрешность остается сравнительно небольшой при $\lambda_d > \sqrt{2}\lambda$, что соответствует условию разрешения поля смещения данным фоном^[7].

Для улучшения пространственного разрешения лучше брать фон с меньшим периодом полос. При этом в проведенных тестах для фона с $\lambda=10$ пикс при $\lambda_d=13$ пикс максимальный градиент смещения составил 0.97 пикс/пикс, что существенно превышает значения 0.4-0.5 пикс/пикс, при которых кросс-корреляционная обработка еще может давать достоверные результаты.

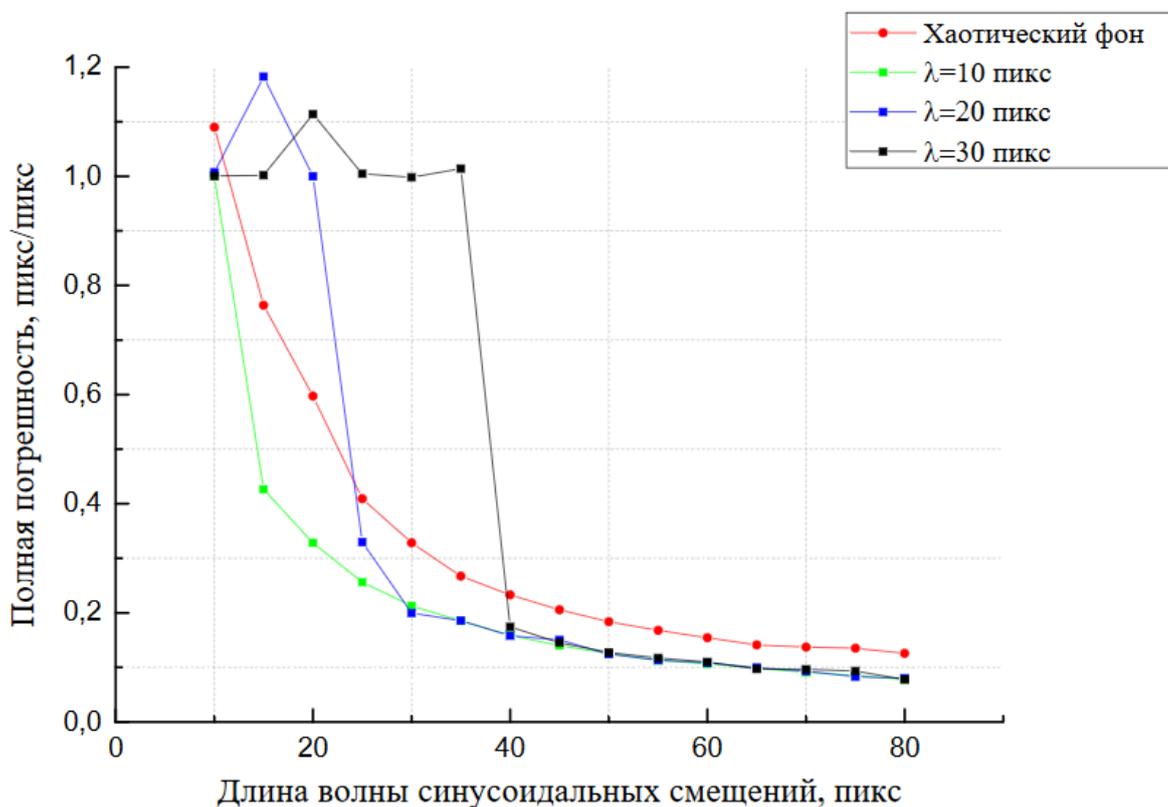


Рис. 5. График зависимости полной погрешности от длины волны синусоидальных смещений для хаотического и Фурье-фонов с различным периодом полос

5 Основные результаты и выводы

В работе был реализован и протестирован на синтетических изображениях способ определения смещений в теновом фоновом методе, основанный на использовании фонов, состоящих из периодических полос, и Фурье-обработки, заимствованной из интерферометрии. Тесты на изображениях с постоянным смещением показали, что погрешность определения смещения в новом варианте метода составляет от 0.01 до 0.03 пикс, тогда как в многопроходном кросс-корреляционном методе — от 0.03 до 0.05 пикс. Главное преимущество нового метода заключается в гораздо лучшем пространственном разрешении. Было показано, что для фона с периодом полос 10 пикс возможны достоверные измерения смещений с периодом 13 пикс (для кросс-корреляционной обработки — 22 пикс).

В дальнейшем новый вариант определения смещения будет протестирован на изображениях, полученных в ходе реальных экспериментов по диффузии в жидкостях. Ожидается, что лучшее по сравнению с кросс-корреляционным методом пространственное разрешение позволит измерить профили концентрации при большой начальной разности концентраций,

приводящей к образованию тонких слоев с очень большими градиентами рефракционного смещения.

6 Литература

1. G.E.A. Meier. Computerized background-oriented schlieren // *Exp. Fluids*, Vol. 33, pp. 181–187, 2002.
2. M. Raffel. Background-oriented schlieren (BOS) techniques // *Exp. Fluids*, Vol. 56, 60, 2015.
3. J. Westerweel. On velocity gradients in PIV interrogation // *Exp. Fluids*, Vol. 44, pp. 831-842, 2008
4. M. Takeda, K. Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes // *Appl. Opt.*, Vol. 22, №24, pp. 3977-3982, 1983.
5. N.A. Vinnichenko, A.V. Uvarov, Y.Y. Plaksina. Accuracy of Background Oriented Schlieren for different background patterns and means of refraction index reconstruction // *The 15th International Symposium on Flow Visualization (ISFV-15)*. 2012. Minsk, Belarus. p. 81, ISFV15-086, pp. 1-15.
6. F. Scarano, M.L. Riethmuller. Iterative multigrid approach in PIV image processing with discrete window offset // *Exp. Fluids*, Vol. 26, pp. 513-523, 1999.
7. S. Wildeman. Real-time quantitative Schlieren imaging by fast Fourier demodulation of a checkered backdrop // *Exp. Fluids*, Vol. 59, 97, 2018.